

Aufgabenserie 6 zur Vorlesung "Stochastik für Informatiker"

1. Die Zeit zwischen dem Eintreffen von Schiffen im Hafen von Koggenhafen ist exponentialverteilt. Es ist bekannt, dass mit Wahrscheinlichkeit 0.9 spätestens nach zwei Stunden nach dem Eintreffen des letzten Schiffes wieder ein Schiff eintrifft.

- a) Wie groß ist der Parameter der Verteilung?
- b) Wie lange dauert es durchschnittlich bis zum nächsten Schiff, wie groß ist die Varianz?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit vergeht zwischen zwei Schiffen mindestens $\frac{1}{4}h$, aber höchstens $1\frac{1}{2}h$.
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit vergeht zwischen zwei Schiffen mindestens $1h$?

2. Ein Transformator Kern bestehe aus 50 Blechen und 49 Zwischenlagen aus speziellem Papier. Die Dicke der Bleche ist normalverteilt mit Erwartungswert $0.5mm$ und Standardabweichung $0.05mm$. Die Dicke der Zwischenlagen ist normalverteilt mit Erwartungswert $0.05mm$ und Standardabweichung $0.02mm$. Unter der Voraussetzung, dass die Dicken der einzelnen Schichten unabhängig sind bestimme man die Verteilung der Gesamtdicke des Transformators. Mit welcher Wahrscheinlichkeit besitzt die Dicke des Transformators einen Wert zwischen $27mm$ und $28mm$.

3. Die Lebensdauer von CD-Laufwerken genüge einer Weibullverteilung mit Formparameter 3. Im Mittel überstehen sie 100000 Betriebsstunden.

- a) Wie groß sind der Parameter τ und die Varianz der Lebensdauer?
- b) Wie viel Prozent der Laufwerke werden in der Garantiezeit funktionsuntüchtig, wenn angenommen wird, dass in der Garantiezeit 20000 Betriebsstunden vorliegen.
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das CD-Laufwerk mehr als 150000 Betriebsstunden funktionstüchtig ist?

$$\Gamma\left(\frac{4}{3}\right) = 0.8930, \quad \Gamma\left(\frac{5}{3}\right) = 0.9027$$

Hinweis: Verwenden Sie als Einheit 100000 Betriebsstunden.

4. Ein interaktives Computersystem enthält 30 Terminals, die durch Verbindungsleitungen, eine je Terminal, mit dem Zentralcomputer verbunden sind. Die Verbindungsleitungen arbeiten unabhängig, die Wahrscheinlichkeit, dass eine Leitung in Betrieb ist, beträgt 0.6. Die Arbeit des Zentralcomputers wird wesentlich beeinträchtigt und verlangsamt,

falls mindestens 22 Verbindungsleitungen in Betrieb sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit passiert das? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Zahl der in Betrieb befindlichen Leitungen mindestens 13 und höchstens 25. Verwenden Sie die Approximation mit Hilfe der Normalverteilung.

5. Eine Firma vergibt Aufträge an verschiedene andere Firmen. Die Bearbeitungsdauer (in Tagen) dieser Aufträge sei normalverteilt mit dem Erwartungswert 20 und der Standardabweichung 5. Der finanzielle Gewinn (in Euro) für die Firma in Abhängigkeit von der Bearbeitungszeit lässt sich durch die Formel $g(x) = 40000 - 500x$ beschreiben.

a) Welche Verteilung besitzt der zufällige Gewinn?

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinn größer als 33000 ist, und die Wahrscheinlichkeit, dass der Gewinn zwischen 25000 und 33000 liegt.

6. Gegeben sei die folgende Verteilungstabelle (Kreuztabelle) für den diskreten Zufallsvektor (X, Y) :

$X \cdot Y$	3	4	5
1	*	0.05	0.2
2	0.4	0.15	*
			0.3

Die Zufallsgröße X nimmt die Werte 1 und 2, die Zufallsgröße Y die Werte 3,4,5 an. 0.3 ist die Wahrscheinlichkeit bei der Randverteilung für $Y = 5$. Welche Zahlen stehen an den Stellen der Sterne? Man gebe die Randverteilungen von X und Y an. Wie groß sind $E(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$ und $\text{Var}(Y)$? Ermitteln Sie $P(X \leq 1.5, Y \geq 3.5)$, die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(X = 1 \mid Y \leq 4.5)$ und den Korrelationskoeffizienten. Sind X und Y unabhängig?

7. Die Firma Röhritzsch stellt Rohrstücke mit normalverteilter Länge mit dem Erwartungswert 200 (Einheit cm) und der Varianz 0.5 her.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Länge der Rohrstücke zwischen 199 und 200.8 liegt?

b) Ein Kunden kauft 5 Rohrstücke (unabhängige Länge), um diese hintereinander zu installieren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Gesamtlänge mindestens 998 beträgt? Welche Verteilung hat die zufällige Gesamtlänge?