

Aufgabenserie 11 zur Vorlesung "Mathematik für Betriebswirte"

1. Bestimmen Sie alle lokalen Extremwerte (Stelle, Funktionswert und Art des Extremums) der Funktionen

a) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x + 2,$

b)* $f(x, y) = 2x^2y + xy^2 + 5x^3 + 24x^2 + 36x + 1 \quad (x, y \in \mathbb{R}).$

Bestimmen Sie außerdem zur Funktion b) die Tangentialebene im Punkt $P(-1, 2)$. In welcher Richtung steigt die Funktion $f(x, y)$ in b) am steilsten vom Punkt $P(-1, 2)$ aus gesehen? Wie groß ist die Richtungsableitung der Funktion b) an der Stelle $P(-1, 2)$ in Richtung $\alpha = -\frac{\pi}{6}$?

2. Bestimmen Sie die lokalen Extremwerte (Stelle, Funktionswert und Art des Extremums) der Funktion

a)* $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{8}{y} + xy,$ b)* $f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y,$

c)* $f(x, y) = \frac{2}{5}x^5 + 5x^2 + 6y^2 + 12xy,$

d)* $f(x, y) = 6xy^2 - 12xy + 2x^3 - 15x^2 + 30x.$

Beachten Sie dabei die Definitionsbereiche der Funktionen in a) und b).

3*. Das sächsische Unternehmen Heeser produziert Kaffeeautomaten mit einem speziellen Brühverfahren und kann die Produkte zum Festpreis von 4 Geldeinheiten pro Mengeneinheit absetzen. Die Kostenfunktion des Unternehmens ist gegeben durch

$$K(x) = 0.12x^3 - 0.36x^2 + 2.92x,$$

wobei x die tägliche Produktionsmenge in Mengeneinheiten angibt.

- a) Bestimmen Sie die Produktionsmenge x , die den Gewinn maximiert.
- b) Für welche Mengen x liegt das Unternehmen in der Gewinnzone?
- c) Bestimmen Sie das Betriebsoptimum.